Padányi Iskola – Levelezős matematika verseny

2023/2024 tanév II. feladatsor

Kedves Versenyzők!

Ezt a versenyt a középiskolák tanulói számára szervezzük. Szándékunk szerint a feladatok nem igényelnek speciális, az iskolában tanultakon túli ismereteket, ötletesség és kreativitás elég a megoldáshoz. Két fordulós a verseny, mindkét fordulóban lehet pontokat szerezni, majd összesítjük a két forduló eredményeit.

A feladatok megoldása tetszőleges sorrendben történhet. Törekedj, kérlek, a szakszerű, kellően logikus és világos fogalmazásra, az olvasható kézírásra. A megoldások lépéseit olyan részletesen kell leírnod, hogy azokból az olvasó számára is egyértelműen követhetőek legyenek a megoldásod lépései. Ha iskolai tananyagban tanult ismereteket, tételeket használsz fel a megoldás során, akkor a tétel nevét tüntesd fel, illetve a tétel alkalmazhatóságának a feltétételeinek meglétét ne felejtsd el igazolni. Ha az internetről vagy könyvekből szeretnél a feladatmegoldáshoz felhasználni ismereteteket, akkor kérlek, jelezd, hogy milyen forrást használtál (könyv esetén szerzőt, címet, oldalszámot, internetről vett ismeret esetén internetcím/link megadását kérjük).

Az első lapra írd fel a neved, osztályod, iskolád nevét és tanárod nevét is.

A megoldásokat sötét tintával, kézzel írd le.

Minden feladatmegoldás külön lapon legyen, a lapokon legyen rajta a neved és a feladat száma. Az egyes feladatokra lehet részpontszámot is kapni, érdemes a nem teljes megoldásokat is beküldeni. A lapokat szkenneld be vagy fényképezd le és küld be az alábbi e-mail címre:

matekverseny@psc.edu.hu

Kérlek, a mellékelt hozzájáruló nyilatkozatot is töltsd ki és szkennelve csatold a levélhez!

Beküldési határidő 2024 április 10.

Díjazás: Az összesített pontversenyben az első 3 helyezett szerény tárgyjutalmat és oklevelet kap. Ezenkívül minden fordulóban kiemeljük az ötletes vagy hibátlan megoldásokat adó tanulókat is.

Jó munkát kívánunk!

Az iskola matematika munkaközössége

9. és 10. évfolyam

1) Három csapról tölthető egy medence. Ha az első és a második csapról töltjük a medencét, akkor 2 óra 24 perc alatt telik meg a medence. Ha a három csapról együtt töltjük, akkor két óra alatt telik meg a medence. Az első és a harmadik csapról töltve 3 óra alatt telik meg a medence. Egy óra alatt külön-külön az egyes csapok a medence hányad részét töltik fel?

2) Két 10cm oldalhosszúságú négyzetet fektessünk egymásra úgy, hogy a felső és az alsó teljesen fedje egymást. A felsőt négyzetet forgassuk el 45° -kal a szimmetria-középpont körül. Vizsgáljuk meg azt a síkidomot, mely az alsó és a felső négyzet közösen lefed!
a) Milyen síkidomot látunk? Szabályos-e ez a síkidom? Állításunkat igazoljuk is!
b) Adjuk meg a kapott síkidom oldalainak hosszát!
c) Legyen a hosszú a négyzetek oldala! Fejezzük ki a-val az előző eljárásban kapott sokszög oldalát!

3) Bizonyítsa be, hogy a 10 bármelyik hatványa előállítható két egész szám négyzetének összegeként!

4) Egy háromszög beleírható körének területét fejezzük ki a háromszög kerületének felével! Használjuk a felírásnál az $s=\frac{K}{2}=\frac{a+b+c}{2}$ jelölést!

11. és 12. évfolyam

1) Bizonyítsd be, hogy bármely paralelogrammában az átlók négyzetének összege egyenlő az oldalak négyzetének összegével!

2) Hányszor több olyan ötjegyű, különböző számjegyekből álló szám van, amiben a számjegyek csökkenő sorrendben vannak, mint amiben növekvő sorrendben vannak?

3) Adott két a oldalhosszúságú szabályos n oldalú sokszög. Fektessük egymásra ezeket úgy, hogy teljesen fedjék egymást, majd a felsőt forgassuk el a szimmetria középpont körül $180°/n$ szöggel! Vizsgáljuk a két szabályos sokszög által egyszerre lefedett részt!
a) Milyen síkidomot látunk? Szabályos-e ez a síkidom? Állításunkat igazoljuk is!
b) Adjuk meg az eredeti sokszög a oldalhosszával kifejezve a kapott síkidom oldalainak hosszát!

4) Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{97-x}=5$$